



## 跨考教育 2014 考研数学 (三) 基础能力测评试卷

时间: 180 分钟 分数: 150 分

姓 名 \_\_\_\_\_

本科院校专业 \_\_\_\_\_

目标院校专业 \_\_\_\_\_

一、选择题: 1~8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分, 下列每小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求的, 请将所选项前的字母填在答题纸指定位置上.

1、 $f(x)$  有连续导数,  $f(0)=0, f'(0) \neq 0, F(x) = \int_0^x (x^2 - t^2)f(t)dt$ , 且当  $x \rightarrow 0$  时,  $F'(x)$  与  $x^k$  是同阶无穷小, 则  $k$  等于 ( )

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

2、曲线  $y = \frac{1}{x} + \ln(1 + e^x)$  的渐近线条数为 ( )

- (A) 1 条 (B) 2 条 (C) 3 条 (D) 4 条

3、设函数  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续, 且  $f(x) > 0$ , 则方程  $\int_a^x f(t)dt + \int_b^x \frac{dt}{f(t)} = 0$  在开区间  $(a, b)$  内的根有

( )

- (A) 0 个 (B) 1 个 (C) 2 个 (D) 无穷多个

4、设  $f(x)$  在  $x=a$  处连续,  $\varphi(x)$  在  $x=a$  处间断, 又  $f(a) \neq 0$ , 则 ( )

- (A)  $\varphi(f(x))$  在  $x=a$  处间断 (B)  $f(\varphi(x))$  在  $x=a$  处间断

- (C)  $(\varphi(x))^2$  在  $x=a$  处间断 (D)  $\frac{\varphi(x)}{f(x)}$  在  $x=a$  处间断

5、累次积分  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{\cos\theta} f(r \cos\theta, r \sin\theta) r dr$  可以写成 ( )

- (A)  $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y-y^2}} f(x, y) dx$  (B)  $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$

- (C)  $\int_0^1 dx \int_0^1 f(x, y) dy$  (D)  $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x-x^2}} f(x, y) dy$

6、设  $0 \leq a_n < \frac{1}{n} (n=1, 2, \dots)$ , 则下列级数中肯定收敛的是 ( )

- (A)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  (B)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$  (C)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_n}$  (D)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n^2$

7、设  $y = f(x)$  是微分方程  $y'' - y' - e^{\sin x} = 0$  的解, 且  $f'(x_0) = 0$ , 则  $f(x)$  在 ( )

- (A)  $x_0$  的某个领域内单调增加 (B)  $x_0$  的某个领域内单调减少

(C)  $x_0$  处取得极小值(D)  $x_0$  处取得极大值

8、设  $z = f(x, y) = \frac{\sin xy \cos \sqrt{y+2} - (y-1) \cos x}{1 + \sin x + \sin(y-1)}$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial y} \Big|_{(0,1)}$  等于 ( )

(A) -1 (B)  $\cos \sqrt{3}$  (C) 1 (D) 0

二、填空题：9—14 小题，每小题 4 分，共 24 分，请将答案写在答题纸指定位置上。

9、 $\int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{x}} \frac{\sin y}{y} dy =$  \_\_\_\_\_

10、设  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - ax - bx^2}{x^2} = 2$ , 则常数  $a =$  \_\_\_\_\_  $b =$  \_\_\_\_\_

11、 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \cdot 2^n} (x+1)^{n-1}$  的收敛域是 \_\_\_\_\_

12、设  $f(x)$  可导，且  $f(0) = 0$ ,  $F(x) = \int_0^x t^{n-1} f(x^n - t^n) dt$ , 则  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x)}{x^{2n}} =$  \_\_\_\_\_

13、微分方程  $3e^x \tan y dx + (1 - e^x) \sec^2 y dx = 0$  的通解是 \_\_\_\_\_

14、设  $y = e^x (c_1 \sin x + c_2 \cos x)$  ( $c_1, c_2$  为任意常数) 为某二阶常系数齐次线性方程的通解，则该方程为 \_\_\_\_\_

三、解答题：15—23 小题，共 94 分。请将解答写在答题纸指定位置上。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15、(本题满分 10 分)

设函数  $f(x)$  在  $0 < |x| < 1$  有定义，且满足  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \cos x + \frac{f(x)}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}} = e^{-2}$ , 求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^3}$ .

16、(本题满分 10 分)

设  $u = f(x, y, z)$  有连续的偏导数，又函数  $y = y(x)$  及  $z = z(x)$  分别由  $e^{xy} - xy = 4$  和  $e^z = \int_0^{x-z} \frac{\ln t}{t} dt$  确定，求  $\frac{du}{dx}$ .

17、(本题满分 10 分)

在抛物线  $y = x^2$ , ( $0 \leq x \leq 8$ ) 上求一点，使得该点的切线与直线  $y = 0$  与  $x = 8$  所围成的三角形面积最大

18、(本题满分 10 分)



计算积分  $\int \frac{\sqrt{x-1} \arctan \sqrt{x-1}}{x} dx$

19、(本题满分 10 分)

将函数  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x - 4}$  展开成  $x-1$  的幂级数, 并指出其收敛区间.

20、(本题满分 11 分)

$k$  是常数, 讨论函数  $f(x) = (2x-3) \ln(2-x) - x + k$  在它的定义域内的零点个数

21、(本题满分 11 分)

求微分方程  $y'' - 2y' - e^{2x} = 0$  满足条件  $y(0) = 1, y'(0) = 1$  的解.

22、(本题满分 11 分)

设  $z = z(x, y)$  是由  $x^2 - 6xy + 10y^2 - 2yz - z^2 + 18 = 0$  确定的函数, 求  $z = z(x, y)$  的极值点和极值

23、(本题满分 11 分)

$f(x, y)$  是  $\{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$  上二次连续可微函数, 满足  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = x^2 y^2$ , 计算积分

$$I = \iint_{x^2+y^2 \leq 1} \left( \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \frac{\partial f}{\partial y} \right) dx dy$$