





7、设  $y = f(x)$  是微分方程  $y'' - y' - e^{\sin x} = 0$  的解, 且  $f'(x_0) = 0$ , 则  $f(x)$  在 ( )

- (A)  $x_0$  的某个领域内单调增加 (B)  $x_0$  的某个领域内单调减少  
(C)  $x_0$  处取得极小值 (D)  $x_0$  处取得极大值

8、设  $z = f(x, y) = \frac{\sin xy \cos \sqrt{y+2} - (y-1) \cos x}{1 + \sin x + \sin(y-1)}$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial y} \Big|_{(0,1)}$  等于 ( )

- (A) -1 (B)  $\cos \sqrt{3}$  (C) 1 (D) 0

二、填空题: 9—14 小题, 每小题 4 分, 共 24 分, 请将答案写在答题纸指定位置上.

9、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(\tan x) - \sin(\sin x)}{x - \sin x} = \underline{\hspace{2cm}}$

10、设  $f(x)$  有任意阶导数且  $f'(x) = f^3(x)$ , 则  $f^{(n)}(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

11、 $\int e^{\sqrt{2x-1}} dx = \underline{\hspace{2cm}}$

12、设  $f(x)$  可导, 且  $f(0) = 0, F(x) = \int_0^x t^{n-1} f(x^n - t^n) dt$ , 则  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x)}{x^{2n}} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

13、微分方程  $3e^x \tan y dx + (1 - e^x) \sec^2 y dx = 0$  的通解是  $\underline{\hspace{2cm}}$

14、 $z = \arctan \frac{x+y}{x-y}$ , 则  $dz = \underline{\hspace{2cm}}$

三、解答题: 15—23 小题, 共 94 分. 请将解答写在答题纸指定位置上. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15、(本题满分 10 分)

设函数  $f(x)$  在  $0 < |x| < 1$  有定义, 且满足  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \cos x + \frac{f(x)}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}} = e^{-2}$ , 求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^3}$ .

16、(本题满分 10 分)

设  $f(x)$  连续,  $\varphi(x) = \int_0^1 f(xt) dt$ , 且  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = A$ , 求  $\varphi'(x)$  并讨论  $\varphi'(x)$  在  $x = 0$  处的连续性

17、(本题满分 11 分)

求连续函数  $f(x)$ , 使它满足:  $\int_0^1 f(tx) dt = f(x) + x \sin x$ .

18、(本题满分 10 分)

设  $u = f(x, y, z)$  有连续的偏导数, 又函数  $y = y(x)$  及  $z = z(x)$  分别由  $e^{xy} - xy = 4$  和  $e^z = \int_0^{x-z} \frac{\ln t}{t} dt$  确



定, 求  $\frac{du}{dx}$

19、(本题满分 10 分)

$k$  是常数, 讨论函数  $f(x) = (2x-3)\ln(2-x) - x + k$  在它的定义域内的零点个数

20、(本题满分 11 分)

$f(x, y)$  是  $\{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$  上二次连续可微函数, 满足  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = x^2 y^2$ , 计算积分

$$I = \iint_{x^2+y^2 \leq 1} \left( \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \frac{\partial f}{\partial y} \right) dx dy$$

21、(本题满分 11 分)

求微分方程  $y'' - 2y' - e^{2x} = 0$  满足条件  $y(0) = 1, y'(0) = 1$  的解.

22、(本题满分 11 分)

设函数满足条件  $\begin{cases} y'' + 4y' + 4y = 0 \\ y(0) = 2, y'(0) = -4 \end{cases}$ , 求广义积分  $\int_0^{+\infty} y(x) dx$

23、(本题满分 11 分)

求证:  $f(x, y) = Ax^2 + 2Bxy + Cy^2$  在约束条件  $g(x, y) = 1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0$  下有最大值和最小值, 且它们是

方程  $k^2 - (Aa^2 + Cb^2)k + (AC - B^2)a^2b^2 = 0$  的根.