



跨考教育 2014 考研数学 (一) 基础能力测评试卷

时间: 180 分钟 分数: 150 分

姓 名 _____

本科院校专业 _____

目标院校专业 _____

一、选择题: 1~8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分, 下列每小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求的, 请将所选项前的字母填在答题纸指定位置上.

1、设 $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos x}{\sqrt{x}}, & x > 0, \\ x^2 g(x), & x \leq 0. \end{cases}$ 其中 $g(x)$ 是有界函数, 则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处 ().

- (A) 极限不存在 (B) 极限存在但不连续 (C) 连续但不可导 (D) 可导

2、可微周期函数的导函数 ()

- (A) 一定是周期函数, 且周期不变 (B) 一定是周期函数, 但周期不一定不变
(C) 一定不是周期函数 (D) 不一定是周期函数

3、设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 且 $f(x) > 0$, 则方程 $\int_a^x f(t)dt + \int_b^x \frac{dt}{f(t)} = 0$ 在开区间 (a, b) 内的根有

()

- (A) 0 个 (B) 1 个 (C) 2 个 (D) 无穷多个

4、设 $f(x)$ 在 $x=a$ 处连续, $\varphi(x)$ 在 $x=a$ 处间断, 又 $f(a) \neq 0$, 则 ()

(A) $\varphi(f(x))$ 在 $x=a$ 处间断 (B) $f(\varphi(x))$ 在 $x=a$ 处间断

(C) $(\varphi(x))^2$ 在 $x=a$ 处间断 (D) $\frac{\varphi(x)}{f(x)}$ 在 $x=a$ 处间断

5、累次积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{\cos\theta} f(r \cos\theta, r \sin\theta) r dr$ 可以写成 ()

(A) $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y-y^2}} f(x, y) dx$ (B) $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$

(C) $\int_0^1 dx \int_0^1 f(x, y) dy$ (D) $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x-x^2}} f(x, y) dy$

6、设 $0 \leq a_n < \frac{1}{n}$ ($n=1, 2, \dots$), 则下列级数中肯定收敛的是 ()

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ (B) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ (C) $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_n}$ (D) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n^2$

7、设 $y = f(x)$ 是微分方程 $y'' - y' - e^{\sin x} = 0$ 的解, 且 $f'(x_0) = 0$, 则 $f(x)$ 在 ()



- (A) x_0 的某个领域内单调增加 (B) x_0 的某个领域内单调减少
(C) x_0 处取得极小值 (D) x_0 处取得极大值

8、设曲线积分 $\int_L [f(x) - e^x] \sin y dx - f(x) \cos y dy$ 与路径无关, 其中 $f(x)$ 具有一阶连续导数, 且 $f(0) = 0$, 则 $f(x)$ 等于 ()

- (A) $\frac{1}{2}(e^{-x} - e^x)$ (B) $\frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$ (C) $\frac{1}{2}(e^x + e^{-x}) - 1$ (D) $1 - \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$

二、填空题: 9—14 小题, 每小题 4 分, 共 24 分, 请将答案写在答题纸指定位置上.

9、 $\int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{x}} \frac{\sin y}{y} dy =$ _____

10、当 $a =$ _____, $b =$ _____ 时, $f(x) = \frac{e^x - b}{(x-a)(x-1)}$ 有无穷间断点 $x = 0$, 有可去间断点 $x = 1$.

11、 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \cdot 2^n} (x+1)^{n-1}$ 的收敛域是 _____

12、设 $f(x)$ 可导, 且 $f(0) = 0$, $F(x) = \int_0^x t^{n-1} f(x^n - t^n) dt$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x)}{x^{2n}} =$ _____

13、设 $y = e^x (c_1 \sin x + c_2 \cos x)$ (c_1, c_2 为任意常数) 为某二阶常系数齐次线性方程的通解, 则该方程为 _____

14、已知曲线 $L: y = x^2 (0 \leq x \leq \sqrt{2})$, 则 $\int_L x ds =$ _____

三、解答题: 15—23 小题, 共 94 分. 请将解答写在答题纸指定位置上. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15、(本题满分 10 分)

设积分区域 D 是圆环 $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$, 求 $\iint_D \left(2x^3 + 3 \sin \frac{x}{y} + 7 \right) dx dy$.

16、(本题满分 10 分)

设 $u = f(x, y, z)$ 有连续的偏导数, 又函数 $y = y(x)$ 及 $z = z(x)$ 分别由 $e^{xy} - xy = 4$ 和 $e^z = \int_0^{x-z} \frac{\ln t}{t} dt$ 确定, 求 $\frac{du}{dx}$

17、(本题满分 10 分)

在抛物线 $y = x^2, (0 \leq x \leq 8)$ 上求一点, 使得该点的切线与直线 $y = 0$ 与 $x = 8$ 所围成的三角形面积最大



18、(本题满分 10 分)

计算积分 $\int \frac{\sqrt{x-1} \arctan \sqrt{x-1}}{x} dx$

19、(本题满分 10 分)

将函数 $f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x - 4}$ 展开成 $x-1$ 的幂级数, 并指出其收敛区间.

20 (本题满分 11 分)

求二元函数 $f(x, y) = x^2(2 + y^2) + y \ln y$ 的极值.

21、(本题满分 11 分)

设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 在 $(0, 1)$ 内可导, 且 $\int_0^1 f(x) dx = 0$, 记 $F(x) = \int_0^x xf(t) dt$. (1) 求 $F'(x)$; (2) 证明: $\exists \xi \in (0, 1)$, 使得 $\int_0^\xi f(x) dx = -\xi f(\xi)$; (3) 证明: $\exists x_0 \in (0, 1)$, 使得 $2f(x_0) + x_0 f'(x_0) = 0$

22、(本题满分 11 分)

设 $z = z(x, y)$ 是由 $x^2 - 6xy + 10y^2 - 2yz - z^2 + 18 = 0$ 确定的函数, 求 $z = z(x, y)$ 的极值点和极值

23、(本题满分 11 分)

已知 $\frac{(y^2 + 2xy + ax^2)dx - (x^2 + 2xy + by^2)dy}{(x^2 + y^2)^2}$ 为某函数 $u(x, y)$ 的全微分, 并求 $u(x, y)$